Солнечные часы и Барон Мюнхгаузен

Солнечные часы, скажу я Вам, Друзья, самые первые на Земле!.. Почему? Потому что они гениально просты: состоят всего-то из шкалы и стержня. Шкала называется циферблатом, а стержень – гномоном. Солнце, перемещаясь по небу отбрасывает тень от гномона. Тень движется по циферблату и показывает точное время. Помню, в Вавилоне и Древнем Египте я не раз помогал устанавливать их у входа в храмы, на площадях, на рынках. А воинственный Тутмос III – так он всегда, по моему совету, начинал поход, когда солнечные часы показывали наступление полдня. В Вавилоне, в светлое время дня, дежурный жрец стоял наверху башни и наблюдал за солнечными часами. Стоило тени коснуться очередной линии, как он брал рог и громко оповещал: «Знайте, свободные и рабы, миновал еще один час после восхода солнца!..»

Когда мой друг Фалес посетил Египет (я тогда находился в Древнем Китае), он изучил искусство создания солнечных часов. После того, как он обучил этому своих учеников, города Древней Греции постепенно «наполнились циферблатами».

Римляне тоже были в восторге от солнечных часов. Мой приятель Витрувий знал целых 13 их разновидностей! Которые описал в своем сочинении. Конечно, у солнечных часов есть недостатки: «ходят» только на улице, от восхода солнца до заката, и совсем не желают работать в пасмурные дни!..

И все же к солнечным часам я питаю симпатию и даже нежность. Ведь именно с них человечество начало сводить счеты ☺ со Временем!

Поэтому, Друзья мои, поведаю Вам дивные истории-задачки о солнечных часах, которые, как Вы догадываетесь, произошли не без моего участия…

История 1.

Я любовался солнечными часами у египетского храма Абу-Симбел. Они показывали ровно 10 часов, когда восседавший на верблюде жрец – хранитель священных книг – находился в 5 километрах от храма. В 11 часов он был в 1 километре от храма. А когда солнечные часы находились посередине между 11 и 12 часами – в 4 километрах от храма. «Интересно, с какой скоростью движется жрец на верблюде?» – подумал я. Замечу, Друзья, что верблюд двигался с постоянной скоростью и в постоянном направлении.

Решение 1.

Поскольку скорость и направление верблюда постоянны, то в 11 часов жрец и верблюд, преодолев за 1 час 6 километров, находились уже в 1 километре за храмом, пройдя мимо него. За следующие полчаса они прошли еще 3 километра и оказались в 4-х километрах от храма. Видимо, они спешили к другому храму… ☺

История 2.

Однажды фараон Рамзес VI попросил меня поучаствовать в землемерных работах в одном из селений. Такая работа мне хорошо знакома. Обычно я выполняю ее за 6 часов. Но если вдоволь поем фиников, то за 3 часа. И вот, я приступил к землемерию, когда солнечные часы показывали полдень. В какой-то момент принесли блюдо фиников. Я съел их мгновенно, после чего завершил работу, когда на солнечных часах было 4 часа дня. В котором часу мне принесли финики?

Решение 2.

После съедания фиников я работаю в 2 раза быстрее. То есть, поработав (полакомившись финиками) 1 час, я столько же – 1 час – экономлю. Так как удалось сэкономить 2 часа, то с финиками в животе я работал тоже 2 часа. Значит, принесли мне их в 14 часов – по солнечным часам!..

Древнейшие в Египте солнечные часы. Найдены в Долине Царей.

История 3.

Когда я оказался в Древнем Китае, император династии Чжоу попросил меня изготовить каменные солнечные часы – из белого мрамора. Задача оказалась не из легких. Помимо сложности работы с камнем, необходимо было учесть градусную широту Пекина, проявить немалые познания в астрономии. Как Вы понимаете, я отлично справился с задачей. Император похвалил меня, щедро наградил и спросил: «Который на них час?»

– Ваше Величество, до конца суток осталось $\frac{3}{5}$ того, что уже прошло от начала суток. Какое же время было тогда на каменных солнечных часах?

Решение 3.

Если осталось $\frac{3}{5}$ того, что уже прошло, то сутки составляют $1+\frac{3}{5}=\frac{8}{5}$ частей того времени, что протекло от их начала. Значит, сейчас на солнечных часах в Пекине $24:\frac{8}{5}=24\cdot\frac{5}{8}=15$ (часов).

История 4.

Мудрый Фалес гениально предсказал дату солнечного затмения – 28 мая 585 г. до нашей эры. А точное время попросил меня «отметить» по солнечным часам города Милета. Что я и сделал! Солнечное затмение началось в момент, когда $\frac{1}{10}$ часть времени после полуночи равнялось половине времени, оставшейся до полудня. Когда же оно началось?

Решение 4.

Обозначим через x – время, прошедшее после полуночи. Тогда $12-x$ – это время, оставшееся до полудня. Согласно условию, $\frac{1}{10}x=\frac{1}{2}(12-x)$, или $\frac{1}{10}x=6-\frac{1}{2}x$, или $\frac{3}{5}x=6$, откуда $x=10$. Солнечное затмение началось в 10 часов утра!..

Замечу, предсказав солнечное затмение, Фалес сумел прекратить войну между ликийцами и мидянами. Как он это сделал?

История 5.

Циферблат солнечных часов на острове Самос состоит из 24 чисел (от 1 до 24), расположенных по кругу. Пифагор немедленно разделил их на «добрые» и «злые», причем «добрых» оказалось больше, чем злых. «Любопытно, – подумал я, – а всегда ли найдутся какие-то два «добрых» числа, расположенных друг напротив друга относительно гномона?»

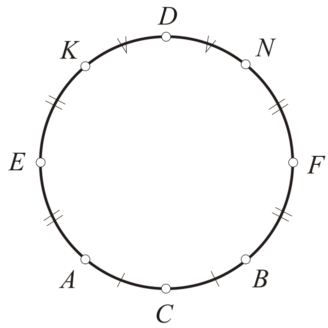
Решение 5.

Я образовал 12 пар из чисел, симметричных друг другу относительно гномона. Так как «добрых» чисел больше половины, то есть, больше, чем 12, то, безусловно, найдется пара, в которой оба числа будут «добрыми».

История 6.

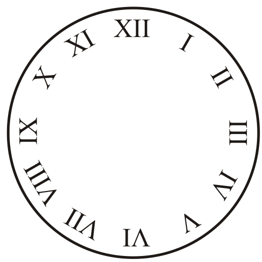
Круглый обод солнечных часов в Сиракузах я произвольным образом покрасил в два цвета: зеленый и синий. После чего спросил великого Архимеда, всегда ли найдется равнобедренный треугольник с одноцветными вершинами, вписанный в окружность обода солнечных часов. Вот что после некоторого размышления сказал Архимед…

Решение 6.



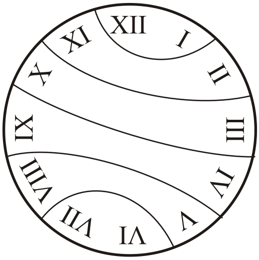
Выберем на ободе две точки A и B одного цвета, например, синего. Если середина меньшей дуги AB – точка C – синего цвета, то ΔABC – искомый. Пусть точка C – зеленого цвета. Тогда найдем точку D – середину большей дуги AB. Если она синего цвета, то ΔADB – искомый. Пусть D – «зеленая» точка. Построим точки E и F – середины дуг CD (слева и справа). Если E (или F) зеленого цвета, то ΔCED (ΔCFD) – искомый. Пусть E и F – «синие» точки. Построим точку K такую, что $\cup AE = \cup EK$. А также такую точку N, что $\cup BF = \cup FN$. Если K (или N) синего цвета, то ΔAEK (или ΔBFN) – искомый. Пусть K и N – зеленого цвета. Но тогда «зеленый» ΔKDN – искомый!

История 7.



Однажды, на главной площади Древнего Рима, мне задали такую задачу: «Барон, разделите циферблат солнечных часов пятью линиями на шесть частей так, чтобы сумма чисел в каждой части была одной и той же». «Ну, эта задачка мне – на один зубок!» – заметил я и показал решение.

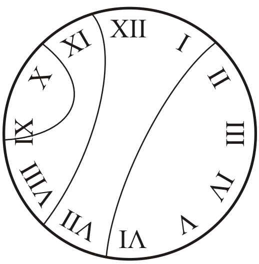
Решение 7.



История 8.

А вот чтобы спасти одного бедного римлянина от жестокой казни, мне пришлось решить для императора Октавиана куда более сложную задачу… «Барон, если хотите спасти этого плебея, то разделите циферблат солнечных часов на четыре части так, чтобы сумма чисел в каждой части равнялась двадцати.» И что же Вы думаете? Не был бы я бароном Мюнхгаузеном, если бы не победил! Вот мое решение…

Решение 8.



История 9.

С римским оратором Цицероном – большим поклонником Архимеда – мы часто играли в такую игру: брали палочки с солнечных часов, установленных мной на его земельном участке, составляли из них некоторые равенства и предлагали друг другу «коварные» задачи…

а) *(задача Мюнхгаузена)* Какое наименьшее количество палочек надо переложить, чтобы равенство стало верным?

$$\mathrm{XI} + \mathrm{I} = \mathrm{X}$$

б) *(задача Цицерона)* Переложите, барон, одну палочку, чтобы равенство стало верным:

$$\frac{\mathrm{XXII}}{\mathrm{VII}} = \mathrm{III}$$

Решение 9.

а) Палочки перекладывать не надо! Просто надо посмотреть на равенство «вверх ногами» ☺.

$$\mathrm{X} = \mathrm{I} + \mathrm{IX}$$

б) Зная о том, как Цицерон восхищается гением Архимеда, я сразу решил эту задачу:

$$\frac{\mathrm{XXII}}{\mathrm{VII}} = \overline{\mathrm{II}}$$

Ведь $\frac{22}{7} = \pi$ – это не что иное, как «число Архимеда» – приближенное значение числа π, полученное Архимедом при рассмотрении 96-угольника, вписанного в окружность.

История 10.

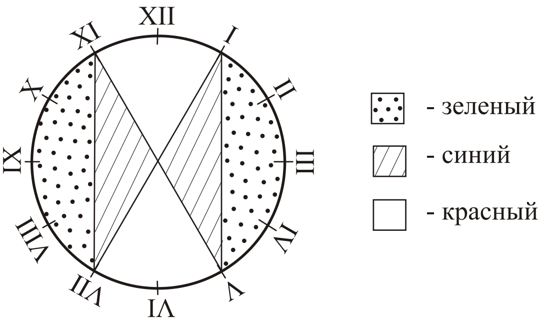
В полдень в Риме пошел дождь, и главные солнечные часы «вечного города» перестали «работать». Гай Юлий Цезарь пригласил меня к себе и сказал: «Ровно через 108 часов я выступаю в поход со своим войском. Как думаете, барон, будет ли нам во время выступления сопутствовать солнечная погода?» Я ответил Цезарю вот что…

Решение 10.

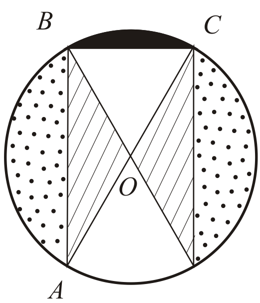
… через 108 часов будет полночь и ни о какой солнечной погоде не может идти речь. Не советую выступать в это время, поскольку воинам лучше согреться у костров и прилечь отдохнуть.

История 11.

Однажды мой хороший приятель Витрувий раскрасил циферблат солнечных часов на одной из площадей Рима в три цвета: зеленый, синий и красный, как показано вот на этом рисунке:



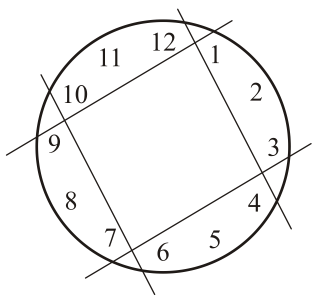
«А скажите, барон, какого цвета больше всего и какого – меньше всего?» – спросил он. Что я ответил Витрувию?



Решение 11.

Я сразу заметил, что два красных сектора (вместе) равны по площади сектору, состоящему из одного зеленого и одного синего (в сумме). И вправду, два красных сектора включают четыре промежутка между числами. А один зеленый и один синий (вместе) – тоже четыре промежутка. Итак, $2\textit{кр.} = \textit{зел.} + \textit{син.}$ Но один синий кусочек по площади меньше одного красного на закрашенный кусочек (сегмент BC), так как площади ΔAOB и ΔBOC равны. Что же получается? $2\textit{кр.} = \textit{зел.} + \textit{син.}$ и $\textit{кр.} > \textit{син.}$ Ага, значит $\textit{кр.} < \textit{зел.}$ Вот так-то, старина Витрувий, зеленого цвета больше всего, а синего – меньше всего!

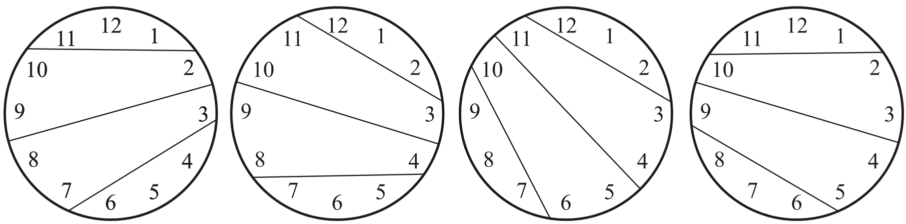
История 12.



Хотя сегодняшние цифры называются арабскими, но мы-то знаем, что впервые они появились в Индии в VI веке нашей эры. Даже сами арабы их называли индийскими. Но суть не в этом! А в том, что замечательный математик Индии Ариабхата решил проверить мои познания на циферблате солнечных часов. «Смотрите, барон: я разделил циферблат солнечных часов на 4 части так, что каждая сумма на одно и то же число больше предыдущей. Вот, в данном случае у меня получилось на девять: 6; 15; 24; 33. Сможете ли Вы разделить циферблат солнечных часов на 4 части, но с интервалом сумм не 9, как у меня, а 3?

Решение 12.

Немного подумав, я предложил Ариабхате 4 способа решения! Ему очень понравилось!..



История 13.

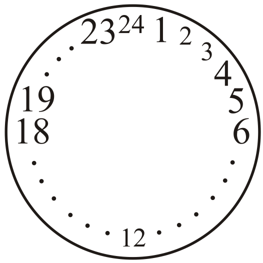
Неподалеку от небольшого живописного озера находились солнечные часы, сделанные руками моего друга из Индии, Брахмагупты. «Барон, в прошлом году я поместил в озеро быстрорастущую лилию ровно в 6 утра по этим солнечным часам. Что удивительно, каждый час количество лилий удваивалось! Когда солнечные часы показали точно 18 часов, озеро было полностью заполнено лилиями. Завтра, в 6 утра я размещу в озере 2 такие же лилии. Как думаете, барон, который час покажут солнечные часы, когда вновь все озеро будет заполнено лилиями?

Решение 13.

Чуточку подумав, я сообразил, что в этом году не будет потрачен час на то, чтобы из одной лилии получилось две. А дальше – процесс удваивания количества лилий пойдет аналогично. «Уважаемый Брахмагупта, солнечные часы покажут ровно 17 часов!» Брахмагупта только улыбнулся. Завтра все так и получилось…

Самые большие в мире солнечные часы находятся в Индии в городе Джайпуре.

История 14.



Когда я навестил Аль-Хорезми в Доме Мудрости, в Багдаде, он задал мне такую задачу. «В километре отсюда находятся солнечные часы со шкалой от 1 до 24-х. Они знамениты тем, что некоторые из 24-х чисел – больших размеров, а некоторых – маленьких. Среди любых 14 чисел найдется хотя бы одно маленькое. Вместе с тем чисел больших размеров по количеству – больше. Сумеете сказать, барон, не приближаясь к нашим солнечным часам, сколько на них больших и сколько маленьких чисел?

Решение 14.

Так, подумал я, – больших чисел не меньше, чем 13. Потому что их – большинство. Но их не может быть 14. Иначе среди 14 не всегда бы нашлось одно маленькое число… Хм, тогда их ровно 13, а маленьких чисел – ровно 11. Все!..

Только попозже я непременно подойду к солнечным часам, полюбуюсь ими!..

История 15.

Когда я через несколько десятилетий вновь посетил Дом Мудрости в Багдаде, большие солнечные часы там уже были со шкалой 12 и все числа на циферблате были одинаковых размеров. Вот какой задачей встретил меня Сабит ибн Корра, у которого я гостил несколько дней…

«По краю круглого циферблата наших солнечных часов поползли, начиная с отметки «12», два паука и жук-скарабей. Причем, два паука – по часовой стрелке, а скарабей – против. С первым пауком скарабей впервые встретился на отметке «4», а со вторым – на отметке «2». На какой отметке будет находиться первый паук, когда скарабей во второй раз встретится со вторым пауком?

Решение 15.

Так, подумал я, пока первый паук проползет 4 деления, скарабей одолеет 8 делений, то есть, скарабей движется в два раза быстрее первого паука. К моменту встречи со вторым пауком скарабей проползет 10 делений (а второй паук – только 2). Когда скарабей проползет еще 10 делений, он окажется на отметке «4». Второй паук проползет 2 деления и тоже окажется на отметке «4». Это их вторая встреча. При этом скарабей прополз 20 делений ($10+10$). Но он перемещается в 2 раза быстрее первого паука. Значит, тот одолеет $20:2=10$ (делений). Все понятно, дорогой Сабит, первый паук будет находиться на отметке 10.

Дабы не утомлять всех своими историями-задачами, связанными с солнечными часами, предложу еще пяток таких историй. Но только для тех, кому они понравились и кто хочет поработать самостоятельно.

История 16.

Гномон-обелиск больших солнечных часов в Долине Царей в Египте имеет высоту 8 метров. Ровно в 9 часов утра, как я заметил, улитка поползла по нему вверх – видимо с тем, чтобы полакомиться листиком винограда, занесенным ветром на самую макушку обелиска. Что интересно, один час она ползла, и один час отдыхала. Когда ползла, то поднималась на 5 метров, а когда отдыхала, то сползала вниз на 4 метра. Который час показывали солнечные часы, когда улитка приступила к поеданию листика винограда?

История 17.

Однажды я наблюдал, как два ученика Фалеса играли в такую игру: в самом начале камень лежит на цифре «шесть» циферблата солнечных часов со шкалой «двенадцать». Каждый игрок может переложить его по часовой стрелке на два или на три числа (после «шести» можно пойти на «восемь» или на «девять»). Выигрывает тот, кто первым положит камень на число «двенадцать». Всякий раз выигрывал тот, кто ходил первым. Как он действовал?

История 18.

Цицерон в очередной раз взял несколько палочек с солнечных часов своего участка и, составив неверное равенство, предложил мне переложить всего одну палочку, чтобы равенство стало верным. Пришлось потрудиться, прежде чем созрело решение. Какое?

$$\mathrm{VI} = \mathrm{II} + \mathrm{VIII}$$

История 19.

Чтобы римский диктатор Сулла не отрубил мою драгоценную голову (а рубить головы для него было сущим пустяком), пришлось мне решить довольно трудную задачу на циферблате больших солнечных часов. Вот она: разделить римский циферблат солнечных часов на два сектора, чтобы сумма в обоих была равна «восемьдесят два».

История 20.

Находясь возле солнечных часов со шкалой «12», что в километре от Дома Мудрости), я придумал такую задачу: а можно ли расставить числа от 1 до 12 по окружности в каком-то порядке, чтобы сумма каждых трех чисел, идущих подряд, не превышала 19? И, надо Вам сказать, пришлось попотеть, пока я справился со своей же задачей.

Ответы, указания.

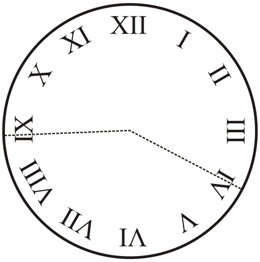
<u>Ответ 16.</u> В 15 часов улитка окажется на высоте 3 метра и в течение следующего часа проползет еще 5 метров. Начнет поедать в 16 часов на солнечных часах.

<u>Ответ 17.</u> 1-ый – на «восемь»; 2-ой – на «одиннадцать» (вынужденно); 1-ый на «два», второй – на «четыре» или «пять»; 1-ый – на «семь» (в любом случае), 2-ой – на «девять» или «десять». 1-ый – на «двенадцать». Победа!..

<u>Ответ 18.</u> $-\mathrm{VI} = \mathrm{II} - \mathrm{VIII}$

Отрицательные числа Цицерон рассматривал как долг, нехватку.

<u>Ответ 19.</u>



<u>Ответ 20.</u> Я сосчитал, что всего сумм по три числа – 12. И каждая – не больше 19. Тогда общая сумма – не больше $19 \times 12 = 228$. Но с другой стороны общая сумма равна $3(1+2+3+4+...+12) = 234$. Вот и получается, что – *нельзя!*..